Studeo Formelsammlung Mikroökonomie

STUDEO – ERFOLG DURCH WISSEN

HAUSHALTSTHEORIE

Nutzenfunktionen:

Cobb-Douglas- Nutzenfunktion (begrenzt substituierbar) $u(x_1,x_2)=x_1^\alpha x_2^\beta$

Nutzenfunktion perfekte Substitute $u(x_1,x_2)=ax_1+bx_2$

Nutzenfunktion perfekte Komplemente $u(x_1,x_2)=\min\{x_1,x_2\}$

oder $u=x_1^\alpha \wedge u=x_2^\beta$

Nutzenfunktion quasi – lineare Präferenzen $u(x_1,x_2)=v(x_1)+x_2$

Gleichung der Indifferenzkurve für CD-Nutzenfunktion: $x_2(x_1)=\bar{U}^{\frac{1}{\beta}} / x_1^{\frac{\alpha}{\beta}}$ U ist konstant

Grenzrate der Substitution = Steigung der Indifferenzkurve

Allgemein: $MRS=-\frac{MU_1}{MU_2}=-\frac{\delta U}{\delta x_1} / \frac{\delta U}{\delta x_2}$ CD-Nutzenfunktion $MRS_{x_2x_1}=-\frac{\alpha}{\beta}\frac{x_2}{x_1}$

Allgemeine Budgetrestriktion $p_1x_1+p_2x_2\le m$ => Budgetgerade $p_1x_1+p_2x_2=m$

Gleichung für die Graphik der Budgetgerade: $x_2=\frac{m}{p_2}-\frac{p_1}{p_2}x_1$

Maximaler Konsum eines Gutes gemäß Budget $x_1^{max}=\frac{m}{p_1}$ und $x_2^{max}=\frac{m}{p_2}$

Lagrangeansatz: (für Cobb-Douglas-Nutzenfunktion)

Zielfunktion $U'=0\Rightarrow \max_{x_1,x_2} x_1^\alpha x_2^\beta$

Nebenbedingung: $p_1x_1+p_2x_2=m$

Lagrangegleichung: $L(x_1,x_2,\lambda)=x_1^\alpha x_2^\beta-\lambda(p_1x_1+p_2x_2-m)$

Notwendige Optimalitätsbedingungen (1. Ordnung) $\frac{\partial L}{\partial x_1}\overset{!}{=}0$; $\frac{\partial L}{\partial x_2}\overset{!}{=}0$; $\frac{\partial L}{\partial \lambda}\overset{!}{=}0$

Tangentialbedingung für Haushaltsoptimum

Allgemein: $MRS=-\frac{p_1}{p_2}$ Für Cobb-Douglas-Nutzenfunktion $\frac{\alpha}{\beta}\frac{x_2}{x_1}=\frac{p_1}{p_2}$

Nachfragefunktionen

Bei CD-Nutzenfunktion $x_1^*(p_1,p_2,m)=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{m}{p_1}$ $x_2^*(p_1,p_2,m)=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{m}{p_2}$

Nutzen im Optimum: $U_{Opt.}=\frac{\alpha^\alpha\beta^\beta}{(\alpha+\beta)^{\alpha+\beta}}\frac{m^{\alpha+\beta}}{p_1^\alpha p_2^\beta}$ bei CD-Nutzenfunktion

Preiselastizität der Nachfrage

Allgemein: $\varepsilon_{x,p}=\frac{\text{Änderung der Nachfragemenge}}{\text{Änderung des Preises}}=\varepsilon_{p,x}=\frac{dx}{dp}\frac{p}{x}$

Bei CD-Nutzenfunktion $\varepsilon_{p_1,x_1}=-\frac{\alpha m}{(\alpha+\beta)p_1^2}\frac{(\alpha+\beta)p_1p_1}{\alpha m}=-1$ nach Gut 1

Einkommenselastizität der Nachfrage:

Allgemein: $\varepsilon_{x,m}=\frac{\text{Änderung Nachfrage nach dem Gut}}{\text{Änderung des Einkommens}}=\frac{dx}{dm}\frac{m}{x}$

Bei CD-Nutzenfunktion $\varepsilon_{m,x_2}=\frac{dx_2}{dm}\frac{m}{x_2}=\frac{\beta\cdot 1}{(\alpha+\beta)p_2}\frac{(\alpha+\beta)mp_2}{\beta m}=1$

Kreuzpreiselastizität der Nachfrage

Allgemein: $\varepsilon_{x,m}=\frac{\text{Änderung NF nach Gut 1}}{\text{Änderung Preis 2}}$

Bei CD-Nutzenfunktion: $\varepsilon_{p_2,x_1}=\frac{\partial x_1^*(p_1,p_2,m)}{\partial p_2}\frac{p_2}{x_1^*(p_1,p_2,m)}=0\cdot\frac{p_2}{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{m}{p_1}}=0$

Einkommensteuer = einkommensabhängig $p_1x_1+p_2x_2=m(1-t)$

Einkommensteuer = einkommensunabhängig = Kopfsteuer $p_1x_1+p_2x_2=m-\bar{T}$

Subvention (Transfer) $p_1x_1+p_2x_2=m+Tr^*$

Slutsky – Identität $\Delta x_1=\Delta_1^s+\Delta x_1^n$

PRODUKTIONS- UND KOSTENTHEORIE

Produktionsfunktion

Allgemein: $x=f(q_1,q_2)$ Cobb-Douglas-Produktionsfkt. $x=zq_1^\alpha q_2^\beta$ $z>0$, $0<\alpha+\beta\le 1$

Grenzproduktivitäten (allgemein und bei CD-Produktionsfunktion)

Faktor 1 $MP_1=\frac{\partial x}{\partial q_1}=z\alpha q_1^{\alpha-1}q_2^\beta$ Faktor 2 $MP_2=\frac{\partial x}{\partial q_2}=z\beta q_1^\alpha q_2^{\beta-1}$

Durchschnittsproduktivitäten (allgemein und bei CD-Produktionsfunktion)

Faktor 1 $AP_1=\frac{x}{q_1}=zq_1^{\alpha-1}q_2^\beta$ Faktor 2 $AP_2=\frac{x}{q_2}=zq_1^\alpha q_2^{\beta-1}$

Homogenitätsbedingung und Homogenitätsgrad (bei CD-Produktionsfunktion) $f(\lambda q_1,\lambda q_2)=z(\lambda q_1)^\alpha(\lambda q_2)^\beta=z\lambda^{\alpha+\beta}q_1^\alpha q_2^\beta$ Homogenitätsgrad: $r=\alpha+\beta$

Produktionselastizität (allgemein und bei CD-Produktionsfunktion)

Faktor 1 $\eta_{x,q_1}=\frac{MP_1}{AP_1}=\alpha$ Faktor 2 $\eta_{x,q_2}=\frac{MP_2}{AP_2}=\beta$

Skalenelastizität

Allgemein $\varepsilon_{x,\lambda}=\frac{\frac{\partial x}{x}}{\frac{\partial\lambda}{\lambda}}=\frac{\frac{\partial x}{\partial\lambda}}{\frac{x}{\lambda}}=\frac{\partial x}{\partial\lambda}\frac{\lambda}{x}$ CD-Prod.fkt $\varepsilon_{x,\lambda}=\frac{(\alpha+\beta)z\lambda^{\alpha+\beta-1}q_1^\alpha q_2^\beta}{z\lambda^{\alpha+\beta-1}q_1^\alpha q_2^\beta}=\alpha+\beta$

Grenzrate der technischen Substitution

Allgemein: $MRTS=-\frac{\frac{\partial x}{\partial q_1}}{\frac{\partial x}{\partial q_2}}$ Bei CD-Prod.fkt- $MRTS_{21}=-\frac{MP_1}{MP_2}=-\frac{\alpha q_2}{\beta q_1}$

Faktorintensität $\frac{q_1}{q_2}$ Kostenrestriktion $C=w_1q_1+w_2q_2$

Substitutionselastizität

$\sigma_{q_2,q_1}=\frac{\text{prozentuale Änderung von }\frac{q_2}{q_1}}{\text{prozentuale Änderung von }MRTS_{21}}$ $\sigma_{q_2,q_1}=\frac{d\left(\frac{q_2}{q_1}\right)}{d|MRTS_{21}|}\frac{|MRTS_{21}|}{\frac{q_2}{q_1}}$

Tangentialbedingung der Minimalkostenkombination $MRTS=-\frac{\partial x}{\partial q_1}/\frac{\partial x}{\partial q_2}=-\frac{w_1}{w_2}$

Lagrangeansatz zur Kostenminimierung

Zielfunktion $\min w_1q_1+w_2q_2$ (=Kosten) Nebenbedingung $f(q_1,q_2)=x$ (=Prod.fkt.)

Langrangegleichung $L=w_1q_1+w_2q_2-\lambda[f(q_1,q_2)-x]$ Optimalitätsbedingungen 1. Ordnung $\frac{\partial L}{\partial q_1}\overset{!}{=}0$; $\frac{\partial L}{\partial q_2}\overset{!}{=}0$; $\frac{\partial L}{\partial\lambda}\overset{!}{=}0$

Kostenfunktionen im Kostenminimum (bei CD-Produktionsfunktion)

Gesamtkosten: $C=(\alpha+\beta)\left(\frac{w_1}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\left(\frac{w_2}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\left(\frac{1}{z}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}x^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$

Durchschnittskosten $AC(x)=(\alpha+\beta)\left(\frac{w_1}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\left(\frac{w_2}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\left(\frac{1}{z}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}x^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}}$

Grenzkosten $MC(x)=\left(\frac{w_1}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\left(\frac{w_2}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\left(\frac{x}{z}\right)^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}}$

Faktornachfragefunktion im Kostenminimum (bei CD-Produktionsfunktion)

Faktor 1 $q_1^*=\left(\frac{x}{z}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{\alpha}{\beta}\frac{w_2}{w_1}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$ Faktor 2 $q_2^*=\left(\frac{x}{z}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{w_1}{w_2}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}$

Kostenfunktionen allgemein:

Gesamtkostenfunktion $C(x)=cx+F$ Variable Kosten $C_v(x)=cx$

Average costs $AC=\frac{c\cdot x+F}{x}=c+\frac{F}{x}$ Av.var.costs $AVC=\frac{C_v(x)}{x}=\frac{c\cdot x}{x}=c$

Grenzkosten $MC=C'(x)$ Gleichung des Expansionspfades als Funktion von q_1 $q_2=\left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{w_1}{w_2}\right)q_1$

MARKTHEORIE (POLYPOL)

Normale Nachfragefkt $x=a-bp$ Inverse Nachfragefkt. $\Rightarrow p=\frac{a-x}{b}$

Sättigungsmenge $x=a$ Prohibitivpreis $p=\frac{a}{b}$

Normale Angebotsfkt. $x=gp-e$ Inverse Angebotsfkt $\Rightarrow p=\frac{x+e}{g}$

Gleichgewichtspreis $\Rightarrow p^*=\frac{a+e}{b+g}$ Gleichgewichtsmenge $\Rightarrow x^*=\frac{ag-be}{b+g}$

Konsumentenrente $KR=\frac{1}{2}\frac{(ag-be)^2}{b(b+g)^2}$ Produz. rente $PR=\frac{1}{2}\frac{(ag-be)^2}{g(b+g)^2}$

MARKTHEORIE (MONOPOL) ($C(x)=cx+F$ und $x=a-bp$)

Monopolgewinn $\pi=\frac{(a-bc)^2}{4b}-F$ Gewinnmaximale Menge $x=\frac{a-bc}{2}$

Konsumentenrente $KR=\frac{(a-bc)^2}{8b}$ Produzentenrente $PR=\frac{(a-bc)^2}{4b}$

Gesamtwohlfahrt $GW=\frac{3(a-bc)^2}{8b}$ Wohlfahrtsverlust $WV=\frac{(a-bc)^2}{8b}$

MARKTHEORIE (OLIGOPOL)

Cournot-Modell (mit $C(x)=cx+F$ und Nachfragefkt. $x=a-bp$)

Reaktionsfunktionen

Firma 1 $\hat{x}_1(x_2)=\frac{a-x_2-bc}{2}$ Firma 2 $\hat{x}_2(x_1)=\frac{a-x_1-bc}{2}$

Gewinnmaximale Mengen + Gleichgewichtspreis + Gewinne

Firma 1 $x_1=\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}bc$ Firma 2 $x_1=\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}bc$ GG-Preis $p=\frac{a}{3b}+\frac{2}{3}c$

Firma 1 $x_1=\frac{a-bc}{4}$ Firma 2 $\pi_2=\frac{1}{9}\left(\frac{a^2}{b}-2ac+bc^2\right)-F$

Stackelberg-Modell (mit $C(x)=cx+F$ und Nachfragefkt. $x=a-bp$)

Reaktionsfunktion der Firma 2 $x_2=\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}x_1-\frac{1}{2}bc$

Gewinnmaximale Mengen Firma 1 $x_1=\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}bc$ Firma 2 $x_2=\frac{1}{4}a-\frac{1}{4}bc$

Gesamtmenge $X=\frac{3}{4}a-\frac{3}{4}bc$ Marktpreis $p=\frac{1}{4}\frac{a}{b}+\frac{3}{4}c$

Chamberlin-Heuß-Modell ($C_1(x)=cx+F$, $C_2(x)=2cx+F$ NF: $x=a-bp$)

Gewinnmaximale Menge und Preis des Preisführers

Menge $x_1=\frac{a-bc}{4}$ Preis: $p=\frac{a}{2b}+\frac{c}{2}$

Gesamtmenge $X=\frac{a-bc}{2}$ Marktpreis $p=\frac{a}{2b}+\frac{c}{2}$